

В курсах введения в кванты и атомки у нас были т.н. координатные кванты. Особенности координатных квантов являются:

- 1) ВФ является комплексной скалярной функцией времени и трёх ($3n$, если число частиц n) пространственных координат.
- 2) Оператор координаты по определению x^* , оператор импульса также по определению $-i\hbar * d/dx$.
- 3) Коммутаторы не нужны для решения задач, просто так, по приколу.
- 4) Как правило, задачи по квантам сводятся к дифурам.

С помощью координатных квантов мы решили множество задач на введении в кванты и атомке.

Курс квантовой теории начинается с других квантов – общих (или операторных). Поймём, чем они отличаются от координатных:

- 1) ВФ – это что-то, лежащее в гильбертовом пространстве. Конкретный вид, что это (функция, столбец, тензор) зависит от конкретной задачи.
- 2) Нам не даны по определению оператор координаты и импульса, нам дан лишь их коммутатор.
2а) Если нам нужны остальные операторы (гамильтониан, проекции моменты импульса...), то их можно выразить из координаты и проекции импульсов (в духе Гамильтонова формализма), а потом приписать крышечки, превратив всё в операторы.
- 3) Коммутаторы очень важны, см п.2.
- 4) Дифуров нет.

Вопрос – что из двух квантов верно?

Ответ: и то, и то, это две **интерпретации** природы. Бессмысленно спорить, какая из них верна. Ровно также верен и Ньютонов формализм, и Лагранжев, и Гамильтонов. Это всё разные интерпретации.

Отметим, что обе содержат классическую механику как частный случай:

В координатных квантах доказывается, что приняв «правила игры» в виде явного вида операторов, можно доказать

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle x \rangle = \frac{\langle p \rangle}{m} \quad (\text{аналог что } v=mp)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle p \rangle = - \left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{x=\langle x \rangle} \quad (\text{аналог 2 закона Ньютона})$$

И то, и то теперь будут теоремой, а не аксиомой.

В общих квантах этот переход более философский и безформульный, о нём чуть ниже.

Тогда почему, если мы начинали координатных квантов, мы должны перейти к общим?

(Почему-то об этом очень не любят говорить преподаватели. Учите – и баста! ☺)

Некоторым теоретикам не очевидно, почему операторы координаты и импульса должны иметь именно такой вид.

Для этой цели они разработали целую теорию, которая обычно занимает первые 50-70 страниц любого учебника по квантмеху. Специально для этой они выдумали Гамильтонов формализм (да, он для этого и создан), выдумали скобки Пуассона, потом сказали «о-па, в Гамильтоновом формализме скобка $\{x, p_x\}$ не 0, а давайте в квантмехе это будет коммутатор и пришли к тому, что квантмех – это классическая механика, просто вместо физических величин там операторы». Именно так выводится класмех из общего квантмеха. Конечным итогом является то, что вместо постулирования явного вида операторов является постулирование коммутатора.

Предлагаю вам решить для себя, готовы ли вы принять явный вид операторов координаты и импульса или нет.

Если готовы – поздравляю, вам не нужны коммутаторы, скобки Пуассона, алгебры Ли и гамильтонов формализм. Ну как не нужны... Преподаватель, который будет вам ставить зачёт по квантовой теории, так не думает и будет от вас требовать общих квантов ☺ Но посыл мой, думаю, вы поняли.

Если не готовы – что же, вам придётся заплатить за это знанием всех теорий выше.

В начале семестра вы, вероятнее всего, будете настроены против новой интерпретации. Но в течение семестра вы врубитесь, в чём прикол ☺

Операторы

Приведу такую аналогию. В начальной школе, 5-м и 6-м классе на математике вы решали задачи на движение. Решали вы их в началке «по действиям». Потом вы научились писать уравнения, где за переменную вы обозначали какое-то число.

А в 7-м классе на уроках физики вы познакомились с понятием физической величины. Это немного более абстрактное понятие, чем переменная на математике: в физическую величину также входит размерность. И вы учились решать задачи уже с использованием физических величин.

И с тех пор у вас на физике были физические величины всегда и везде. (Напоминаю, что это ЧИСЛО + размерность).

На квантах же происходит радикальный слом.

Классика:

У вас есть шарик. Вы можете измерить его координаты, проекции импульса, энергию. Это всё будут физические величины.

Микромир:

У вас есть электрон. У него тоже есть координаты, проекции импульса, энергия. Только не в виде физических величин, а операторов.

На введении в кванты и атомке мы старательно этого вопроса избегали, прячась за собственными значениями и средним значением оператора, которые уже являются физическими величинами. А операторы там выступали лишь в качестве способа эти величины подсчитать.

На квантовой теории операторы выходят на первый план.

Наверное, физика у вас, как и у меня, началась с формулы $s=tv$. Потом было $m=\rho V$ и пошло-поехало. Всё на свете было физическими величинами.

Так вот, оказывается, что вся физика на самом деле строится на операторах. А чем вообще операторы, по гамбургскому счёту, отличаются от физических величин? И те, и те, можно складывать, умножать на число. Отличие только в том, что произведение физических величин коммутативно, а операторов нет.

Я не советую вам в данном контексте понимать слово «оператор» как «нечто, действующее на ВФ и дающую другую ВФ», а советую как «некий апгрейд понятия физической величины, только без коммутативности умножения».

Вспомните все равенства, которые вы писали с 7 класса по 6-й семестр.

Мысленно припишите крышечки:

$$\hat{m} = \hat{\rho} \cdot \hat{v}, \quad \hat{F} = \hat{m} \hat{a}$$

Выглядит очень непривычно, но если мы добавим, что в классике операторы коммутируют, то, признаемся, ничего особо не поменяется.

Чуть поточнее будет сказать, что их коммутатор настолько мал (не будем углубляться в формальное определение малости), что мы им можем пренебречь.

Вот такая вот вышла болтология, но я считаю её нужной. Именно поэтому курс квантовой теории называется с гармонического осциллятора, на примере которого можно отточить работу с операторами. Ну ещё семинаристы на первых семинаров всякие тождества с операторами доказывают – это полная хрень, забейте.